数理解析研究所講究録
1148 巻 2000 年 82-87

競争型ネットワークサービスモデルの価格戦略に関するゲーム論的考察

古賀　健太郎 *　　櫻井 幸一 †

* 九州大学工学部電気情報工学科
† 九州大学大学院システム情報科学研究科情報工学専攻
sakurai@csce.kyushu-u.ac.jp

1　はじめに

インターネットの運営はベストエフォートと呼ばれる，顧客に対して最大限のサービスを均一に提供するサービスを基本としている．料金は一律に課金され，送受信するデータの量，重要性などとは全く無関係である．そしてこの特徴はインターネットの爆発的な成長に貢献したが，Quality of Service (QoS) の欠如を招き，遅れや損失に対しての不満が広がっている．

そこで QoS に対する要求の異なる 2 種類の顧客，それらに対して異なる QoS を提供する 2 種類インターネットサービスプロバイダをモデルとして解析する．

1. 2 種類の顧客に対してそれぞれ物理的に異なるネットワークを持ち，それぞれの顧客に異なる QoS を異なる価格で提供するネットワーク
2. 全ての顧客に対して均一的に高い QoS を同価格で提供するネットワーク

1 を並列型ネットワーク，2 を単一型ネットワークと呼ぶことにする．

文献 [FO2] では最大の解決法は要求に対しての対処と技術的な進歩に依存するが，結局は，全てに高い QoS を提供する方が良いし，追加料金もそう高くはないと結んでいた．利用量が急増する状況においては，2 つのネットワークの料金は利用量の変化によりほぼ同じとなりほとんど違いはない．その場合には単一型ネットワークを選択すればより高い QoS を利用でき，料金体制も簡略化できる．急激なデータ伝送のコストの減少が生じているならば，料金システムの簡略化と比べれば料金の違いなど微々たるものであるという結論に達していた．

しかし，文献 [FO2] では，ネットワーク間にユーザの移動がなく，利益を考慮した価格決定がなされていなかった．それに対して本論文では他の観点，並列型ネットワーク，単一型ネットワークの協力ゲームとして互いの利益の和を最大とする選択をする場合と非協力ゲームとしてお互いの価格に対して自らの利益を最大とする最適反応戦略をとる場合について解析を行ない，Fishburn と Odlyzko とは異なる結果と考察を行った．

協力ゲームの場合には並列型の利益は利用量が増加すると単一型を上回っていった．非協力の場合もベストエフォート型のサービスを提供する並列型ネットワークはコストが低い分，利益が大きいので有利であるとの結論に至った．

2　Fishburn と Odlyzko の研究

2.1　Fishburn と Odlyzko のモデル

2.1.1　通信品質に対する 2 つのタイプの要求

QoS に対する要求のタイプが次の 2 つあると仮定し，タイプとその要求を持つ顧客 A ユーザー，B ユーザーを次のように定める．

1. A：通信品質の保証を必要としない
   ファイル，E メールの伝送などリアルタイム性

を必要としない用途

2. B：通信品質の保証を必要とする
   音声通信，映像会議などリアルタイム性を必要とする用途や重要な業務アプリケーションなどの用途．

価格が 0 であった場合に利用したい通信の全需要量を A ユーザー，B ユーザーそれぞれについて V_A,V_B とおく．
本稿では，文献 [FO2] と同様に $V_A = V_B$ とする．

実際の利用量は価格によって変動する．価格 x のときにそれぞれのタイプでサービスを使用する利用する割合とするを $P(x)$ とする．価格 $x = 0$ のときは $P(x) = 1$ とする．

2.1.2 A，B に対するネットワークの種類

A，B に対するネットワークの種類として次の 2 つを考える．

1. 並列型ネットワーク
   物理的に A，B それぞれに対して異なるネットワークを持ち，A，B に対してそれぞれ異なるコスト，QoS，価格の特徴を持つ．並列型ネットワークにおいて，A ユーザーに対するネットワークを本稿では N_A，B ユーザーに対するネットワークを N_B と表す．

2. 単一型ネットワーク
   1 つのネットワークで A，B に対してともに価格が均一で，B が求める高い QoS を提供する．

並列型は A，B それぞれに異なる QoS を提供するが，それぞれについて運営するためコストがかかる．単一型は均一なサービスを提供し，A にとっては割高になるが B にとっては割安となる．

2.1.3 ネットワークの売上とコスト

期間ごとの価格 x における A ユーザーの売上 R_A，B ユーザーの売上 R_B をそれぞれ次のように定める．

$$
\begin{aligned}
R_A &= xP(x)V_A \qquad \text{for A} \\
R_B &= xP(x)V_B \qquad \text{for B}
\end{aligned}
$$

より大きな伝送量やバンド幅の伝送量やバンド幅の単位あたりの価格はより小さなものよりは高くないはずであるが，実際はそうとは限らない．

伝送量に比例するコストを適度に調整するために，economy-of-scale と呼ばれるパラメータを導入する．ここでは $s = \frac{2}{3}$ と定める．

価格 x のときの利用量 $P(x)V$ のときに A ユーザーのコスト C_A，B ユーザーのコスト C_B をそれぞれ次のように定める．

$$
\begin{aligned}
C_A &= (P(x)V_A)^s \qquad \text{for A} \\
C_B &= (\psi P(x)V_B)^s \qquad \text{for B}
\end{aligned}
$$

ψ は B のより高いコストと QoS に考慮に入れたプレミアムのパラメータである．ψ は 2 から 4 が妥当であるが，本稿では $\psi = 3$ とする [FO2]．

2.2 Fishburn と Odlyzko の評価

2.2.1 評価の仕方

Fishburn と Odlyzko は売上 = コストの場合の価格 x，売上 R，需要の満足度，すなわち全利用量に対する実際の使用量の割合 $100P(x)\%$ について評価している．2 つのネットワークの売上 = コストの式は次のようである．

1. 並列型ネットワーク

$$
\begin{aligned}
xP(x)V_A &= [P(x)V_A]^s \quad \text{for } A \\
yP(y)V_B &= [\psi P(y)V_B]^s \quad \text{for } B
\end{aligned}
$$

2. 単一型ネットワーク

$$
xP(x)(V_A + V_B) = [\psi P(x)(V_A + V_B)]^s
$$

2.2.2 モデル解析の結果

急激な利用量の増加が生じ，それにより単位当たりの価格が急激に下落し，ユーザーの利用率が 100% に近付く状況ではどちらのネットワークがより優勢かは明らかではない．どちらのネットワークも価格減少と共にその差はなくなっていく．単一型ネットワークは B ユーザーに対しては有利だが，A ユーザーにとって

は不利である．しかし，単一型ネットワークを使うAユーザーは単一型の提供する高いQoSを並列型Aの価格とほぼ同等の価格で利用できる利点があるといえる．QoSを提供するために通信路を割いたり，複雑な料金体制のためにアプリケーションやネットワークシステムの開発などを考慮すれば全てのユーザーに均一に高いQoSを提供する単一型ネットワークはコストを掛ける価値があると言えるのではないだろうかと結論付けている．

3　新たな規則の導入

FishburnとOdlyzkoの評価では売上＝コストの場合の価格x，売上R，需要の満足度について評価していたが，実際は両ネットワーク間には顧客の移動があり，それによる価格変動，利益の増減が生じるはずである．[FO2]ではコストに利益を含んでいるとして評価していたが，利得を売上とコストの差として考え合理的行動により価格が変動する場合も同じ結論に達するだろうか．ここで利益を売上とコストの差として考え，顧客の移動がない場合の比較をしてみよう．売上をR，コストをC，価格xにおける利益IをI=R−C，また売上に占めるコストの割合を$T = \frac{C}{R}$とする．

定理 3.1 並列型N_A, N_Bの価格をa, b，単一型の価格をc，利益をそれぞれI_a, I_b, I_cとおく．a, b, cは価格の実現可能集合$X = \{x \in X | I(x) \geq 0\}$の要素とする．このとき，$I_a, I_b, I_c$は常にそれぞれただ一つの極値を持ち，そのときの$I_a, I_b, I_c$が最大値である．

証明. 利益I_a, I_b, I_cを式に表すと次のようになる．

$$I_a = aP(a)V_A - [P(a)V_A]^s$$
$$I_b = bP(b)V_B - [\psi P(b)V_B]^s$$
$$I_c = cP(b)(V_A + V_B) - [\psi P(c)V_B]^s$$

$V = V_A = V_B$とする．それぞれa,b,cで微分し，

$$\frac{\partial I_a}{\partial a} = (1-2x^2)e^{-x^2}V + \frac{4}{3}xe^{-sx}V^s$$
$$\frac{\partial I_b}{\partial b} = (1-2x^2)e^{-x^2}V + \frac{4}{3}xe^{-sx}(3V)^s$$
$$\frac{\partial I_c}{\partial c} = (1-2x^2)e^{-x^2}2V + \frac{4}{3}xe^{-sx}(6V)^s$$

$\frac{\partial I_a}{\partial a}, \frac{\partial I_b}{\partial b}, \frac{\partial I_c}{\partial c}$はそれぞれ価格の実現可能集合$X = \{x \in X | I(x) \geq 0\}$において常に，

$$\frac{\partial^2 I_a}{\partial a^2}, \frac{\partial^2 I_b}{\partial b^2}, \frac{\partial^2 I_c}{\partial c^2} \leq 0$$

であることから，単調減少関数である．また，

$$\left.\frac{\partial I_a}{\partial a}\right|_{a=0}, \left.\frac{\partial I_b}{\partial b}\right|_{b=0}, \left.\frac{\partial I_b}{\partial b}\right|_{c=0} \geq 0$$

であり，なおかつ

$$\left.\frac{\partial I_a}{\partial a}\right|_{a=a^*}, \left.\frac{\partial I_b}{\partial b}\right|_{b=b^*}, \left.\frac{\partial I_c}{\partial c}\right|_{c=c^*} \leq 0$$
$$(\text{但し、} \; I(a^*) = I(b^*) = I(c^*) = 0)$$

である．ゆえに常に$I(a), I(b), I(c)$は極大値を実現可能集合Xにおいてただ一つ持ち，かつそのときの$I(a), I(b), I(c)$が最大値である．（証終）

定理 3.2 並列型N_A, N_Bの価格をa, b，単一型の価格をcとおく．
利益I=売上R−コストCを最大化する価格をそれぞれ$\tilde{a}$,$\tilde{b}$,$\tilde{c}$ ($\tilde{a}$,$\tilde{b}$,$\tilde{c} > 0$)とすると

$$\tilde{a} < \tilde{c} < \tilde{b}$$

ただし，$P(x) = e^{-x^2}$,$\psi = 3$,$V_A = V_B$とする．

証明 定理3.1より利益に最大値を与える価格$\tilde{a}$,$\tilde{b}$,$\tilde{c}$を比較すると定理3.2は成り立っている。$\tilde{a}$,$\tilde{b}$,$\tilde{c}$は次の方程式の解である．

$$1 - 2a^2 = \frac{4}{3}ae^{(s-1)a^2}V^{s-1}$$
$$1 - 2b^2 = 3^s\frac{4}{3}be^{(s-1)b^2}V^{s-1}$$
$$1 - 2c^2 = \frac{3^s}{2}\frac{4}{3}ce^{(s-1)c^2}V^{s-1}$$

$\frac{4}{3}xe^{(s-1)x^2}V^{s-1}$は明らかに単調減少関数であり，

$$1 < \frac{3^s}{2} < 3^s$$

であるので，定理3.2は成り立つ．（証終）

しかし，文献[FO2]と同様にVが増加するにつれその差は0に近づいていく．FishburnとOdlyzkoと同様の結論に至った．

利益で評価するとすると s の影響により，単一型は並列型に比べ利益が挙がらないとなった。これはコストの売上に占める割合 T が大きいためであるが，必ずしも S が最も低い時に利益が最大になるわけではない．T が最も低い値になるときは2つのネットワークとも同じである．

このように単一型ネットワークはコストの問題もある．ネットワークサービスプロバイダは合理的に利得を得ようとする戦略をとるはずである．

利得を売上とコストの差として考え，2者の協力ゲームとして互いの利益の和を最大とする選択をする場合と非協力2人ゲームとしてお互いの価格に対して自らの利益を最大とする最適反応戦略をとる場合について解析を行ない，Fishburn と Odlyzko とは異なる結果と考察を行う．

そこで，2.1で述べた Fishburn と Odlyzko のモデルに次の規則を導入する．ここで用いる売上，コストは Fishburn と Odlyzko のモデルをそのまま採用する．

並列型 N_A, N_B の価格は a, b，単一型の価格は c，コスト，売上ははそれぞれ $C_a, C_b, C_c, R_a, R_b, R_c$ とおく．

規則1 Aユーザーのうち $min(b,c)$ の価格を支払ってもよいと考えるAユーザーの利用量 $P(min(b,c))V_A$ は並列型Bまたは単一型のうち価格が低い方を選択し，利用する．

規則2 Aユーザーのうち規則1以外の $[P(b) - P(min(b,c))]V_A$ は並列型Aを選択する．

規則3 Bは並列型のBと単一型のうち価格の安い方を選択する．

規則4 Bユーザーは並列型Bと単一型は同じ価格 $b = c$ であった場合には，Bユーザーの利用量の半分，$P(b)V_B/2$ を利用するとする．

4章で用いるモデルは全て上記の規則に基づいて顧客は移動するとする．

4 モデルのゲーム論的考察

4.1 非協力の場合

4.1.1 最適反応戦略とナッシュ均衡点

「相手がある戦略をとったときにその戦略のもとで自らの利益を最大にするように行動する」

という行動原理を最適反応原理とよぶことにする．この行動原理によってとられた戦略を最適反応戦略という．戦略が互いに相手の最適反応戦略になっており，2者の戦略が均衡したときの点を均衡点と考える．なかでも次の条件を満たす S の点 $s^* = (s^*_H, s^*_T)$ をナッシュ均衡点という [Suzuki].

$$I_H(s^*_H, s^*_T) = max[I_H(s_H, s^*_T) : s_A \in S_A]$$
$$I_T(s^*_H, s^*_T) = max[I_T(s^*_T, s_H) : s_B \in S_B]$$

一般に均衡点は一意とは限らない [Suzuki].

4.1.2 モデルの解析

実際に並列型，単一型ネットワークの非協力ゲームとしての戦略をとった場合の解析を行なっていく．
ただし，$s = \frac{2}{3}, V_A = V_B, P(x) = e^{-x^2}$ とする。

4.1.3 最適反応戦略をとる場合

ユーザー A, B それぞれに対する価格を a, b, 利益を I_a, I_b とおく．

定理 4.1 並列型，単一型ネットワークが共に最適反応戦略をとった場合には，実現可能集合 X において均衡点 (a^*, b^*, c^*) が常に存在し，その均衡点はナッシュ均衡点ではない．

証明.
Aユーザーの価格aが既知である場合とBユーザーの価格aが既知である場合に分けて，証明する．

1. 価格 a に対して b を変動させる場合
   Aユーザーの価格aは既に提示されているとする．後にBユーザーの価格bを変更するときの利益の変化を調べる．Aユーザーの価格が既知であり，Bユーザーの価格bを最適反応原理により変化する．

$$\frac{\partial I_a}{\partial b} = 2ab + \frac{4}{3}x[\{e^{-a^2} - e^{-b^2}\}V]^s \geq 0$$

であり，bが減少するとI_aは減少し，bが上昇すればI_aはすることになる．定理3.1からI_bに最大値を与えるbを$\hat{b}$とすると，aに対しては$\hat{b}$が最適反応であり，$\hat{b}$における利益I_bが最適値である．

2. 価格bに対してaを変動させる場合
Bユーザーの価格aは既に提示されているとする．後にAユーザーの価格aを変更するときの利益の変化を調べる．Bユーザーの価格は既知であり，Aユーザーの価格aを最適反応原理により変化する．

$$\frac{\partial I_b}{\partial a} = C(= const.) \quad for \quad a \geq 0$$

であり，aが変化してもI_bに変化は生じない．定理3.1からI_aに最大値を与えるそのときのaを$\hat{a}$とする．bに対して$\hat{a}$における利益I_aが最大値である．

Aユーザーの価格aに対してはBユーザーの利益I_bは変化しないので，並列型N_B，単一型ネットワークに最適値を与える価格はただ一つ(b^*, c^*)のみ存在し．かつ$b^* = c^*$である．並列型Aはそのとき、(b^*, c^*)に対して最適値を与えるa^*が最適反応であり，ここで両ネットワークは均衡する．

また，価格の組(a^*, b^*, c^*)における単一型の利益に注目する．単一型の利益が最大となるのは$a > c^*$のときであるが，価格aに対してはBユーザーの利益I_bは変化しないので，$a^* < b^*$としても並列型の利益は減少しない．よって並列型の最適反応戦略の選択としては$a^* < c^*$であるので，最適反応戦略による均衡点はナッシュ均衡点ではない．

定理4.1から最適反応戦略による均衡点は常に存在するが，利用量の増加に伴い，価格(a^*, b^*, c^*)は共に減少していき，需要に対する実際の使用量の割合も増えていく．並列型の利益は利用量が増加すると単一型を上回っていく．価格が減少するに従い，Bユーザーの割合が増加していくのに対して，Aユーザーはあまり変化がない．これは価格の減少で生じるAユーザーからBユーザーの移動とAユーザーの増加がほとんど同じためと考えられる．

4.2 協力の場合

ここでは並列型ネットワーク，単一型ネットワークの非協力ゲームとして互いに価格戦略をとる場合について解析する．

4.3 交渉

非協力ゲームの閉塞的状況から脱出するためには状況それ自体の変更が必要となる．また，均衡点が複数存在する場合にはどの均衡点が実際に実現するかという問題もある．そのようなとき共同で何らかの戦略を選択し，その結果にしたがって行動することで新しい状況に進むことも考えられる．そのような選択の模索を交渉とよぶ [Suzuki]．また，交渉によってある一定のルールを定め，得られる解を交渉解とよぶ。本稿では交渉解として，功利主義和解を場合を考える．功利主義和解とは，全プレイヤーの利益の総和を最大にするルールによって得られる解である．

4.4 モデルの解析

実際に2者の協力ゲームとしての戦略をとった場合の解析を行なっていく．
ただし，$s = \frac{2}{3}, V_A = V_B, P(x) = e^{-x^2}$とする．

4.4.1 功利主義和解をとる場合

定理 4.2 並列型，単一型が交渉解として功利主義和解を目指すとき，常に実現可能集合において功利主義和解は存在する．

証明.
並列型，単一型の利益の和をU、A, Bそれぞれの価格をa, bとおく．利益の和$U(a, b)$は次式で表される．

$$U(a,b) = aP(a)\{P(a) - P(b)\}V + 2bP(b)V - [P(a) - P(b)V]^{\frac{2}{3}} - \{2P(b)V\}^{\frac{2}{3}}$$

微分すると，

$$U' = \frac{\partial I_a}{\partial a} + \frac{\partial I_b}{\partial b}$$

定理3.1から $\frac{\partial I_a}{\partial a}, \frac{\partial I_b}{\partial b}$ は極値を持ち，単調減少であることから，明らかに実現可能集合において功利主義和解は常に存在する．（証終）

このとき，V を無限に増加させていくと，

$$\lim_{V\to\infty} a = a^* \qquad \lim_{V\to\infty} b = b^*$$

となり，利用量の増加に伴い，価格の組 (a, b) は一定の値 (a^*, b^*) に近付いていく．

協力する場合には並列型 A の方がコストが低い分，利益が大きいので，この場合にはを A のサービスを提供する並列型にとっては有利である．

しかし，全顧客に対しては明らかに不利で全体の需要に対する実際の使用量の割合一定の値 (a^*, b^*) に近付くことから $P(x)$ の変化がほとんどなくなってしまう．

5 おわりに

本論文では文献[FO2]のモデルに基にをゲーム論的な立場から考察し，彼らとは異なる結果と考察を得たが，モデルにはまだ疑問点が残されており，これらを踏まえて改良すべき点がある．

今後の課題は第1にAユーザとBユーザのお客は利用しても良いと考える価格帯は異なるはずである．課題点はAユーザ，Bユーザに適した価格帯の分布を考え，その場合にも同じ結果が得られるかの検証を行なうこと，第2にQoS制御の仕組みの観点からこれらのネットワークのサービスの違いを考えることである．

参考文献

[CHO1] 長　健二朗:QoS技術 Intserv と diff-serv,*Internet Week98* チュートリアルレクチャーノート *C12*(1998).

[Cho2] 長　健二朗: インターネットのトラフィック制御 QoSの仕組みと技術課題,*IPSJ Magazine*, Vol. 40,No. 10,pp. 1014-1019,(1999).

[FO1] P.C.Fishburn, A.M.Odlyzko,and R.C.Siders: Fixed fee versus unit pricing for information goods-competition, equilibria, and price wars, *First Monday,* vol. 2, no. 7 (1997).

[FO2] P.C.Fishburn and A.C.Odlyzko: Dynamic behavior of differential pricing and Quality of Service options for the Internet,*Information and Computation Economies ICE-98* ,pp. 128-139,ACM Press,(1998).

[CoffO] K. G. Coffman and A. M. Odlyzko:The size and growth rate of the Internet, *First Monday,* vol. 3, no. 10 (1998), ⟨http://www.firstmonday.dk/⟩.

[McB] L. W. McKnight and J. P. Bailey: Internet Economics, *MIT Press*,(1997).

[Odly] A. M. Odlyzko: The economics of the Internet- utility, utilization, pricing, and Quality of Service (1997).

[FerG] P. Ferguson and G. Huston: *Quality of Service: Delivering QoS on the Internet and in Corporate Networks*, Wiley,(1998).

[Suzuki] 鈴木光男: 新ゲーム理論, 勁草書房,(1994)

[KS99a] 古賀　健太郎、櫻井　幸一, ネットワークの価格戦略に関するゲーム論的考察: 平成11年度電気関係学会九州支部連合大会講演論文集, pages713. Oct, 1999.

[KS99b] 古賀 健太郎、櫻井 幸一, 情報サービスの価格決定に関するゲーム論的考察: 情報処理学会研究報告 Vol.99,NO.92, アルゴリズム研究報告 NO.70-1,pp.1-7,Sep,1999.